付録 2　SPSS によるベイズ統計の手順

◉――２つのグループの差の検定の場合

ベイズ統計は，次のベイズの定理が出発点！

ベイズの定理

$$Pr(A|B) = \frac{Pr(A \cap B)}{Pr(B)}$$

$$= \frac{Pr(B|A)}{Pr(B)} \times Pr(A)$$

$$= \frac{Pr(B|A) \times Pr(A)}{Pr(B|A) \times Pr(A) + Pr(B|\bar{A}) \times Pr(\bar{A})}$$

ただし，

- $Pr\ (A)$　……　事象 A の起こる確率
- $Pr\ (A \mid B)$　……　事象 B が起こったという条件のもとで事象 A が起こる確率
- $Pr\ (B)$　……　事象 B の起こる確率

このとき，

$Pr(A)$ …… 事前確率

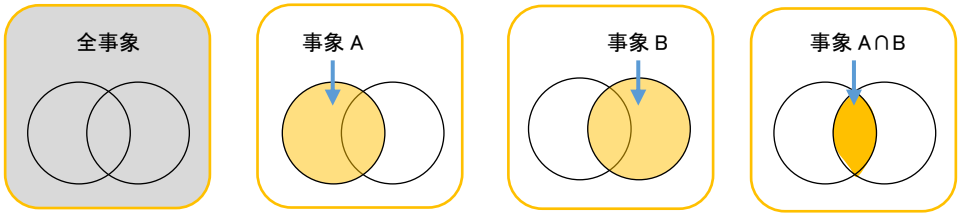
$Pr(A \mid B)$ …… 条件付確率

$Pr(B)$ …… 事後確率

という．

このベイズの定理は，一見，神秘的に見えるが，実は……

2 つの事象 A，B が，次のようになっているとしよう．



このとき，次の等号は自然に成り立つ．

$$\frac{Pr(A \cap B)}{Pr(B)} \times Pr(B) = Pr(A \cap B) = \frac{Pr(A \cap B)}{Pr(A)} \times Pr(A)$$

そして，条件付確率という表現を思い出せば

$$Pr(A|B) \times Pr(B) = Pr(B|A) \times Pr(A)$$

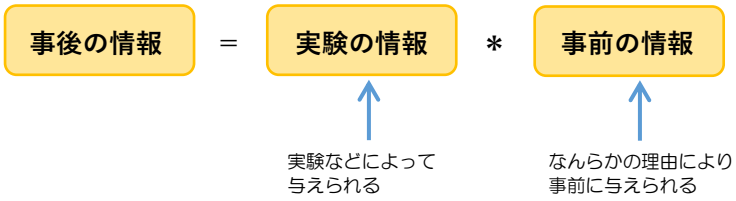
となるので，ベイズの定理

$$Pr(A|B) = \frac{Pr(B|A)}{Pr(B)} \times Pr(A)$$

ができあがる．

したがって・・・・・・

ベイズ統計のイメージは，次のようになる．



SPSS でベイズ統計ができるようになりました．

そこで，**データの型 パターン②** のデータを使って，2 つのグループの間の差を調べてみよう．

次のデータは，8 人のウエイトレスと，7 人のコンパニオンの時給を調査した結果です.

■SPSS のデータの入力

【データ入力の型】

	グループ	時給	var
1	1	850	
2	1	1000	
3	1	1100	
4	1	950	
5	1	1200	
6	1	900	
7	1	1050	
8	1	800	
9	2	1400	
10	2	1500	
11	2	2200	
12	2	2000	
13	2	2500	
14	2	2300	
15	2	1600	
16			

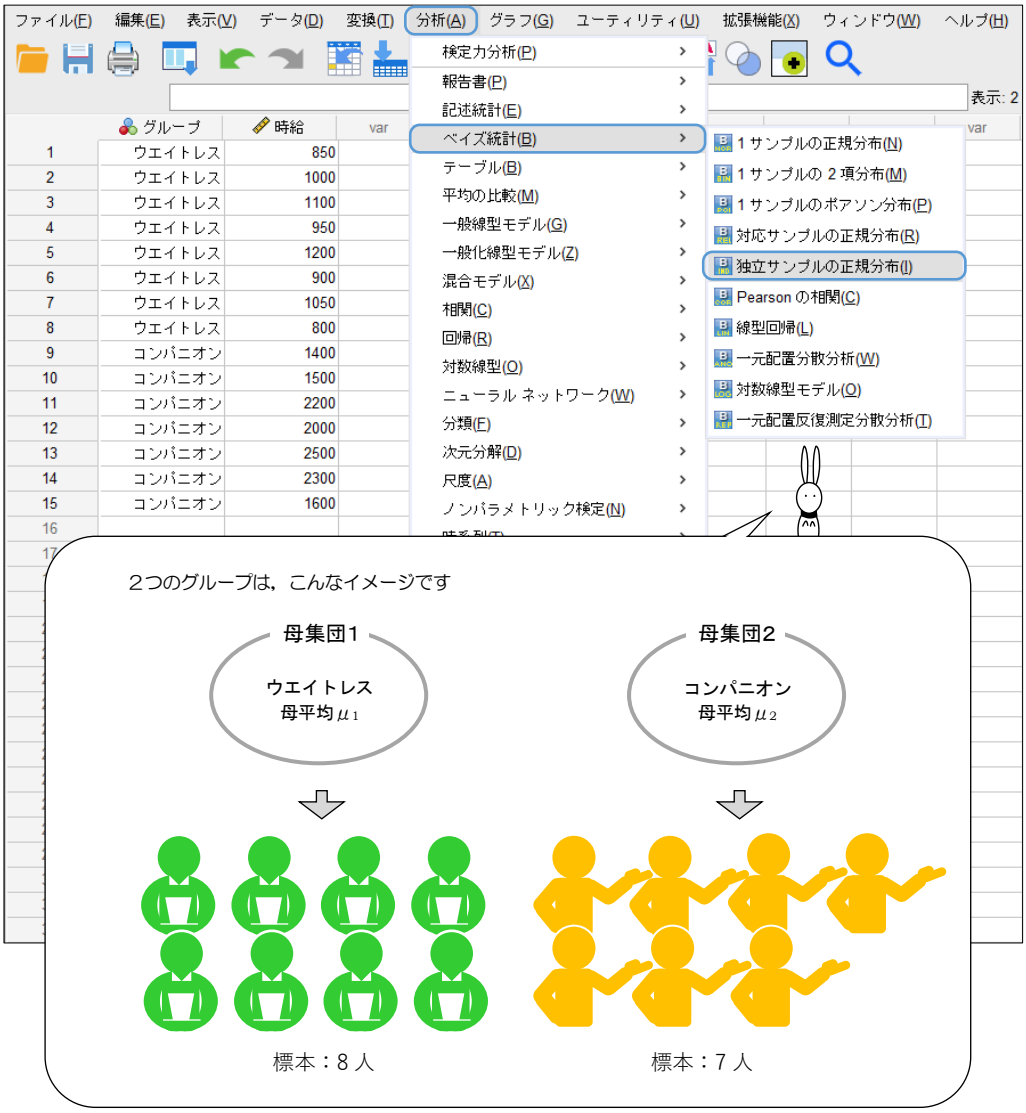
値ラベル →

	グループ	時給	var
1	ウエイトレス	850	
2	ウエイトレス	1000	
3	ウエイトレス	1100	
4	ウエイトレス	950	
5	ウエイトレス	1200	
6	ウエイトレス	900	
7	ウエイトレス	1050	
8	ウエイトレス	800	
9	コンパニオン	1400	
10	コンパニオン	1500	
11	コンパニオン	2200	
12	コンパニオン	2000	
13	コンパニオン	2500	
14	コンパニオン	2300	
15	コンパニオン	1600	
16			

【統計処理の手順】

手順①　データを入力したら，**分析(A)** の中の **ベイズ統計(B)** を選び，

続いて，サブメニューの **独立サンプルの正規分布（I）** をマウスでカチッ！

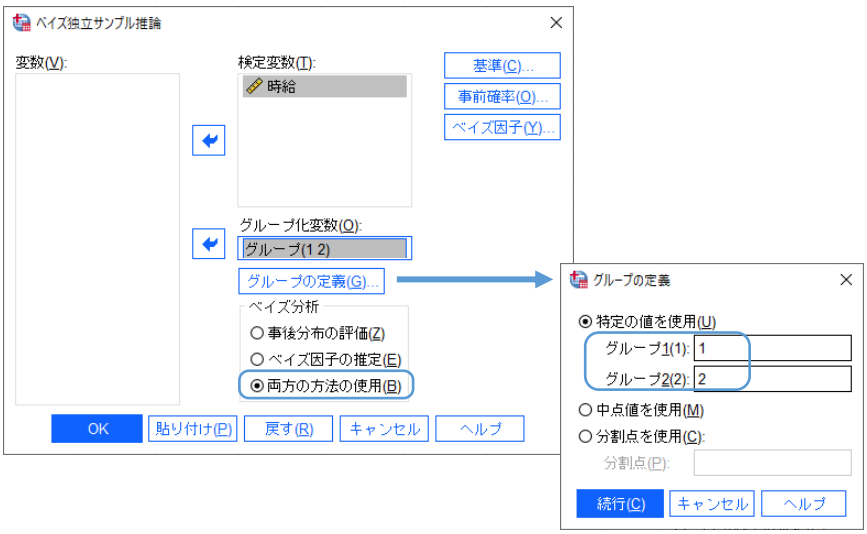


手順②　検定変数(T) のワクには，時給 を移動。

グループ化変数(O) のワクには，グループ を移動する。

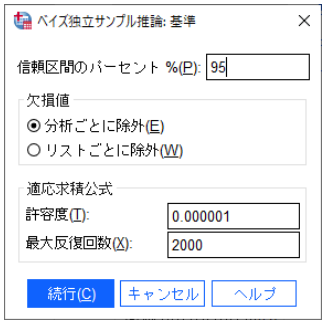
手順③　続いて，グループの定義(G) をクリックして，1 と 2 と入力．

ベイズ分析 のところは，両方の方法の使用(B) を選択する．



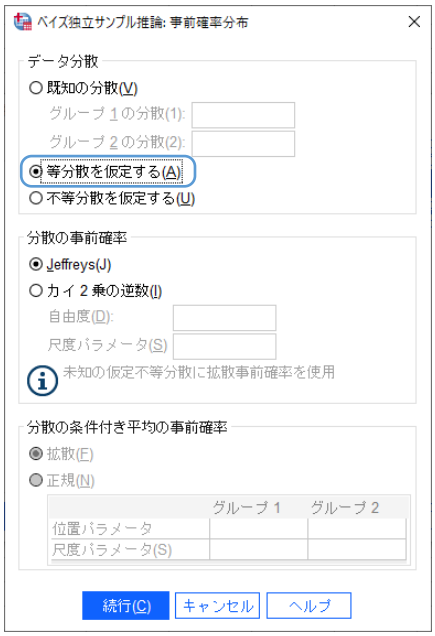
手順④　基準(C) をクリックすると，次の画面になるが，

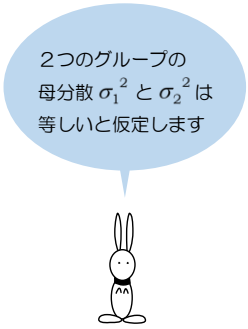
ここでは，このまま 続行(C) する．



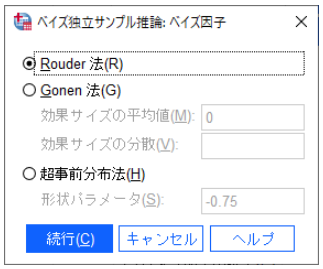
手順⑤　手順 3 の画面に戻ったら，事前確率(P) をクリック．

すると次の画面になので，等分散を仮定する(A) を選んで，続行(C) ．





手順⑥　手順 3 の画面に戻ったら，ベイズ因子(Y) をクリックすると，
次の画面になる．
ここでは，このままで 続行(C) する．



手順⑦　次の画面に戻ってきたら， OK ボタンをマウスでカチッ！

【SPSS による出力・その 1】

ベイズ独立

グループ統計量

	グループ	N	平均値	標準偏差	平均値の標準誤差
時給	= ウエイトレス	8	981.25	133.463	47.186
	= コンパニオン	7	1928.57	430.946	162.882

← ①

ベイズ因子独立サンプルの検定 (方法 = Rouder)[a]

	平均値の差	プールされた差の標準誤差	ベイズ因子[b]	t 値	自由度	有意確率 (両側)
時給	947.32	159.776	.002	5.929	13	.000

a. グループ間で等分散を仮定します。

b. ベイズ因子: 帰無仮説 対 対立仮説。

↑ ②　↑ ③

独立サンプル平均値の事後分布評価[a]

	事後分布			95% 信用区間	
	最頻値	平均値	分散	下限	上限
時給	947.32	947.32	30169.802	602.15	1292.50

a. 分散の事前確率: Jeffreys 2。平均の事前確率: Diffuse。

効果サイズ

$$d = \frac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{\sqrt{s^2}} = -3.069$$

$$r = \sqrt{\frac{t^2}{t^2 + N_1 + N_2 - 2}} = 0.854$$

【出力結果の読み取り方・その 1】

① 2 つのグループの基礎統計量は次のようになっている．

標本平均	標本標準偏差	
$\overline{x_1} = 981.25$	$s_1 = 133.463$	$\dfrac{s_1}{\sqrt{N_1}} = 47.186$
$\overline{x_2} = 1928.57$	$s_2 = 430.946$	$\dfrac{s_2}{\sqrt{N_2}} = 162.882$

② ここが，ベイズ因子．

このベイズ因子は，次の 2 つのモデルを比較している．

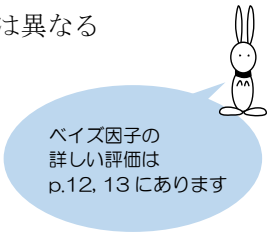
モデル 1 ⇒ 帰無仮説 H_0：2 つのグループの平均は等しい

モデル 2 ⇒ 対立仮説 H_1：2 つのグループの平均は異なる

ベイズ因子 0.002 は，1 より小さいので，

“モデル 2 を支持している”

ことがわかる．

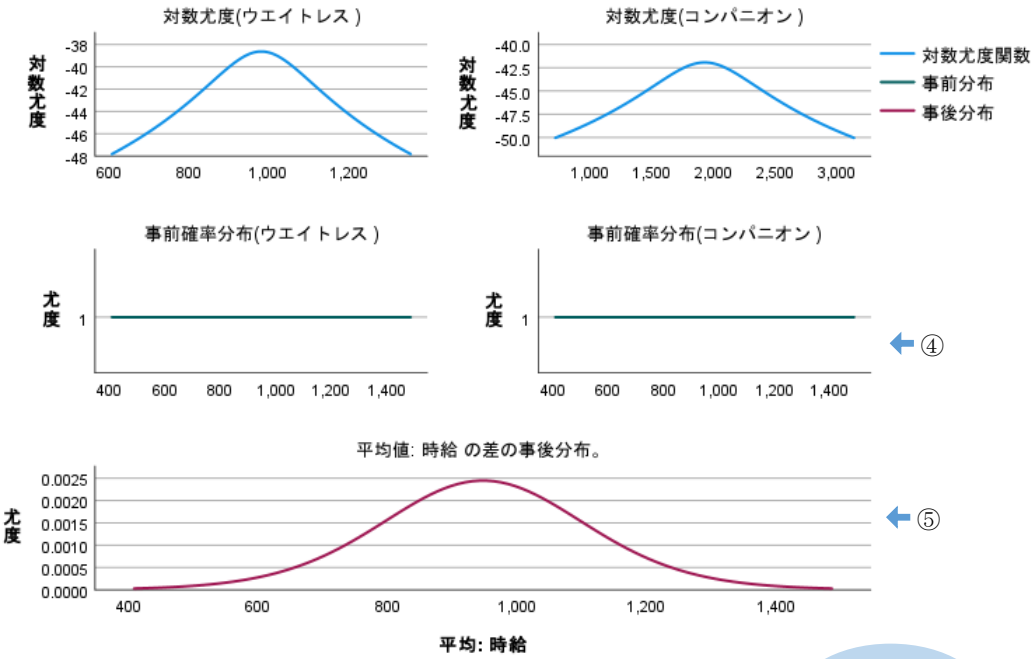


③ t 値 5.929 は，等分散を仮定したときの検定統計量．

有意確率（両側）0.000 ≦ 有意水準 0.05

なので，仮説は棄てられる．

【SPSS による出力・その 2】



SPSS による　ベイズ因子 Bf の評価

- **H_1 を支持する**

$0 \sim \frac{1}{100}$	極度に H_1 を支持する
$\frac{1}{100} \sim \frac{1}{30}$	非常に強く H_1 を支持する
$\frac{1}{30} \sim \frac{1}{10}$	強く H_1 を支持する
$\frac{1}{10} \sim \frac{1}{3}$	適度に H_1 を支持する
$\frac{1}{3} \sim 1$	根拠なく H_1 を支持する

【出力結果の読み取り方・その 2】

④　事前分布を確認しよう．

　　無情報事前分布として，一様分布を利用している．

⑤　2 つの平均の差の事後分布を表している．

SPSS による　ベイズ因子 Bf の評価

- **H_0 を支持する**

極度に H_0 を支持する	100 以上
非常に強く H_0 を支持する	30 ～ 100
強く H_0 を支持する	10 ～ 30
適度に H_0 を支持する	3 ～ 10
根拠なく H_0 を支持する	1 ～ 3